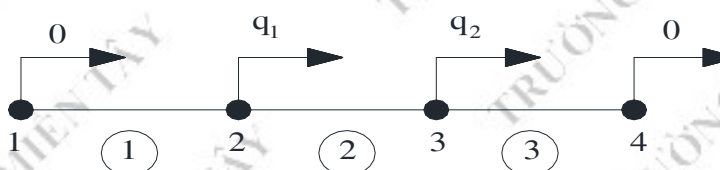
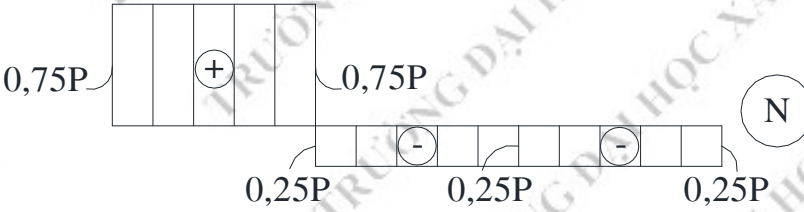
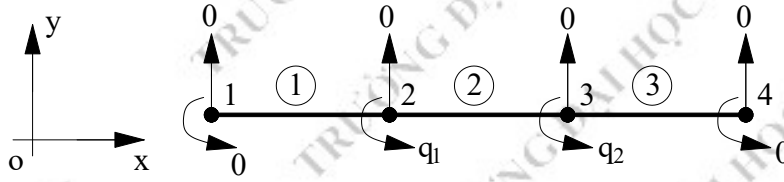


Câu	Phần	Nội dung	Điểm												
1		<p>- Rời rạc hóa kết cấu:</p>  <p>Sơ đồ nút, phần tử và các bậc tự do</p> <p>Ma trận chỉ số [b] :</p> <table border="1" data-bbox="617 861 1120 1176"> <thead> <tr> <th>Phần tử \ Bậc tự do</th> <th>Nút i</th> <th>Nút j</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>(1)</th> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <th>(2)</th> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <th>(3)</th> <td>2</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table>	Phần tử \ Bậc tự do	Nút i	Nút j	(1)	0	1	(2)	1	2	(3)	2	0	0,25 đ
	Phần tử \ Bậc tự do	Nút i	Nút j												
	(1)	0	1												
	(2)	1	2												
	(3)	2	0												
		<p>- Thiết lập ma trận độ cứng phần tử $[K]_e$ và ghép nối ma trận độ cứng tổng thể</p> <p>Phần tử 1:</p> $[K]_1 = \frac{2EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$	0,25 đ												
		<p>Phần tử 2:</p> $[K]_2 = \frac{2EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$	0,25 đ												
		<p>Phần tử 3:</p> $[K]_3 = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$	0,25 đ												
		<p>Ma trận độ cứng tổng thể:</p> $[K^*] = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$	0,25 đ												

		<p>- Thiết lập vectơ tải phần tử và ghép nối vectơ tải tổng thể</p> $\{\bar{P}^*\} = \begin{Bmatrix} P \\ 0 \end{Bmatrix}$	0,25 đ
		<p>- Thiết lập hệ phương trình hệ thống $[K^*]\{\bar{q}^*\} = \{\bar{P}^*\}$</p> $\Rightarrow \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P \\ 0 \end{Bmatrix}$	0,25 đ
		<p>- Giải hệ phương trình hệ thống $[K^*]\{\bar{q}^*\} = \{\bar{P}^*\}$</p> $\Rightarrow \{\bar{q}^*\} = \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{Bmatrix} = \frac{PL}{8EA} \begin{Bmatrix} 3 \\ 2 \end{Bmatrix}$	0,25 đ
		<p>- Xác định nội lực trong các phần tử</p> <p>Phần tử 1:</p> $N_1 = \frac{2EA}{L} [-1 \quad 1] \frac{PL}{8EA} \begin{Bmatrix} 0 \\ 3 \end{Bmatrix} = \frac{3P}{4}$	0,25 đ
		<p>Phần tử 2:</p> $N_2 = \frac{2EA}{L} [-1 \quad 1] \frac{PL}{8EA} \begin{Bmatrix} 3 \\ 2 \end{Bmatrix} = -\frac{P}{4}$	0,25 đ
		<p>Phần tử 3:</p> $N_3 = \frac{EA}{L} [-1 \quad 1] \frac{PL}{8EA} \begin{Bmatrix} 2 \\ 0 \end{Bmatrix} = -\frac{P}{4}$	0,25 đ
		<p>Vẽ biểu đồ lực dọc</p> 	0,25 đ
Tổng điểm câu 1			3,0 đ

- Rời rạc hóa kết cấu: (chọn hệ trục xOy như hình vẽ)



Sơ đồ nút, phần tử và các bậc tự do

Ma trận chỉ số [b] :

0,25

Phần tử \ Bậc tự do	Nút i		Nút j	
	1	2	3	4
(1)	0	0	0	1
(2)	0	1	0	2
(3)	0	2	0	0

2

- Thiết lập ma trận độ cứng phần tử $[K]_e$ và ghép nối ma trận độ cứng tổng thể

0,25

Phần tử 1:

$$[K]_1 = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ - & - & - & - \\ - & - & - & - \\ - & - & - & 4L^2 \end{bmatrix} \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{matrix}$$

0,25

Phần tử 2:

$$[K]_2 = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 2 \\ - & - & - & - \\ - & 4L^2 & - & 2L^2 \\ - & - & - & - \\ - & 2L^2 & - & 4L^2 \end{bmatrix} \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \end{matrix}$$

0,25

Phần tử 3:

$$[K]_3 = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \\ - & - & - & - \\ - & 4L^2 & - & - \\ - & - & - & - \\ - & - & - & - \end{bmatrix} \begin{matrix} 0 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}$$

Ma trận độ cứng tổng thể đã xét điều kiện biên

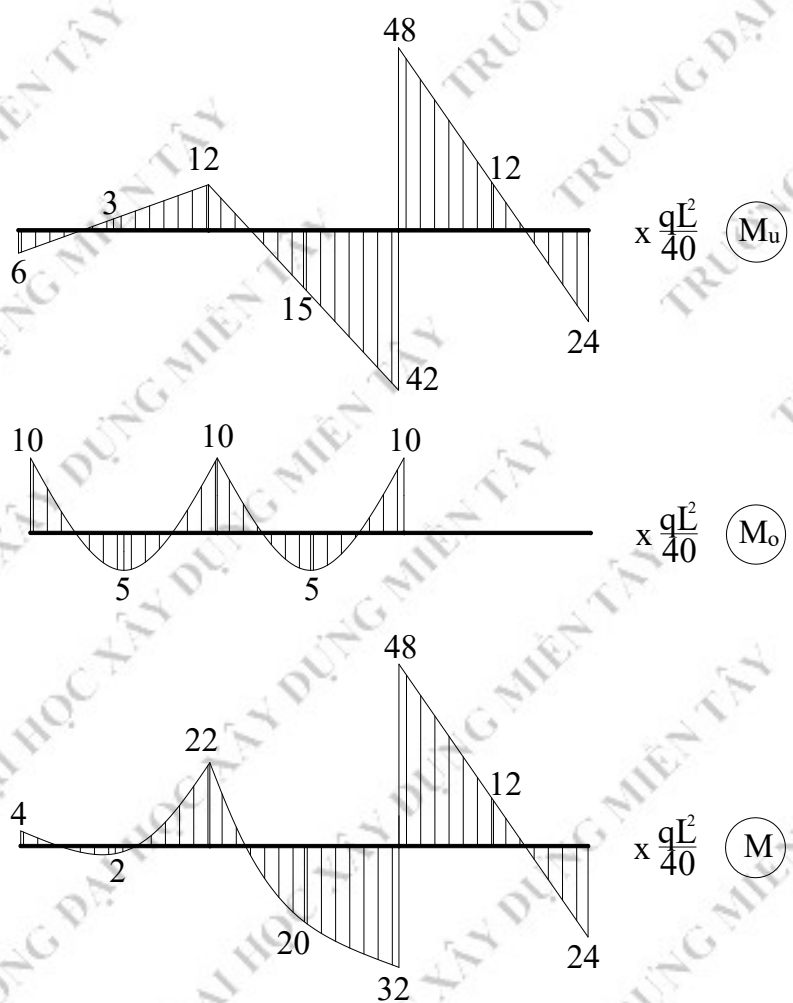
0,25

$$[K^*] = \frac{2EI}{L} \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

	<p>- Thiết lập vector tải phân tử, vector tải nút (đã xét điều kiện biên) và ghép nối vector tải tổng thể (đã xét đk biên)</p> $\{P\}_1^q = \begin{Bmatrix} \frac{3qL}{2} \\ qL^2 \\ 4 \\ -3qL \\ 2 \\ qL^2 \\ 4 \end{Bmatrix}; \quad \{P\}_2^q = \begin{Bmatrix} \frac{3qL}{2} \\ qL^2 \\ 4 \\ -3qL \\ 2 \\ qL^2 \\ 4 \end{Bmatrix}; \quad \{\bar{P}\}_n = qL^2 \begin{Bmatrix} 0 \\ 2 \end{Bmatrix}$ $\Rightarrow \{\bar{P}\} = \frac{qL^2}{4} \begin{Bmatrix} 0 \\ 9 \end{Bmatrix}$	1,0
	<p>- Thiết lập hệ phương trình hệ thống đã xét điều kiện biên và giải phương trình:</p> $[K^*] \{\bar{q}^*\} = \{\bar{P}^*\}$ $\Rightarrow \frac{2EI}{L} \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{Bmatrix} = \frac{qL^2}{4} \begin{Bmatrix} 0 \\ 9 \end{Bmatrix}$ $\Rightarrow \{\bar{q}^*\} = \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{Bmatrix} = \frac{qL^3}{40EI} \begin{Bmatrix} -3 \\ 12 \end{Bmatrix}$	0,25
	<p>- Xác định nội lực trong các phần tử</p> <p>Phần tử 1:</p> $\{M\}_1 = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} - & - & - & -2L^2 \\ - & - & - & 4L^2 \end{bmatrix} \frac{qL^3}{40EI} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -3 \end{Bmatrix} = \frac{qL^2}{40} \begin{Bmatrix} 6 \\ -12 \end{Bmatrix}$	0,25
	<p>Phần tử 2:</p> $\{M\}_2 = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} - & -4L^2 & - & -2L^2 \\ - & 2L^2 & - & 4L^2 \end{bmatrix} \frac{qL^3}{40EI} \begin{Bmatrix} 0 \\ -3 \\ 0 \\ 12 \end{Bmatrix} = \frac{qL^2}{40} \begin{Bmatrix} -12 \\ 42 \end{Bmatrix}$	0,25
	<p>Phần tử 3:</p>	0,25

$$\{M\}_3 = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} - & -4L^2 & - & - \\ - & 2L^2 & - & - \\ & & & \end{bmatrix} \frac{qL^3}{40EI} \begin{Bmatrix} 0 \\ 12 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \frac{qL^2}{40} \begin{Bmatrix} -48 \\ 24 \end{Bmatrix}$$

Vẽ biểu đồ mômen uốn



0,75 đ

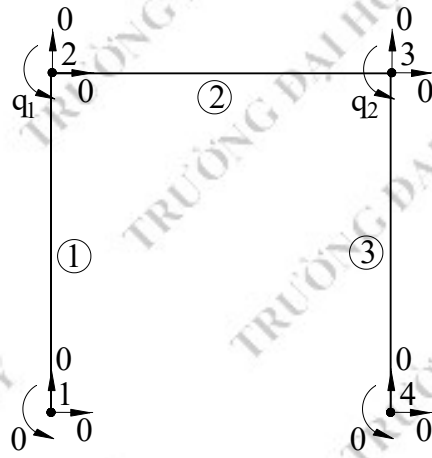
Tổng điểm câu 2

4,0 đ

3

- Rời rạc hóa kết cấu:

0,25 đ



Sơ đồ nút, phần tử và các bậc tự do

Ma trận chỉ số [b] :

Phần tử \ Bậc tự do	Nút i			Nút j		
	1	2	3	1	2	3
(1)	0	0	0	0	0	1
(2)	0	0	1	0	0	2
(3)	0	0	0	0	0	2

Bảng tính các đại lượng:

Phần tử	Nút i	Nút j	α	c	s	c^2	s^2	cs	L	EI/L^3
(1)	1	2	90°	0	1	0	1	0	L	EI/L^3
(2)	2	3	0°	1	0	1	0	0	L	EI/L^3
(3)	4	3	90°	0	1	0	1	0	L	EI/L^3

0,25 đ

- Thiết lập ma trận độ cứng phần tử $[K']_e$ và ghép nối ma trận độ cứng tổng thể

Phần tử 1:

$$[K']_1 = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ - & - & - & - & - & 0 \\ - & - & - & - & - & 0 \\ - & - & - & - & - & 0 \\ - & - & - & - & - & 0 \\ - & - & - & - & 4L^2 & 1 \end{bmatrix}$$

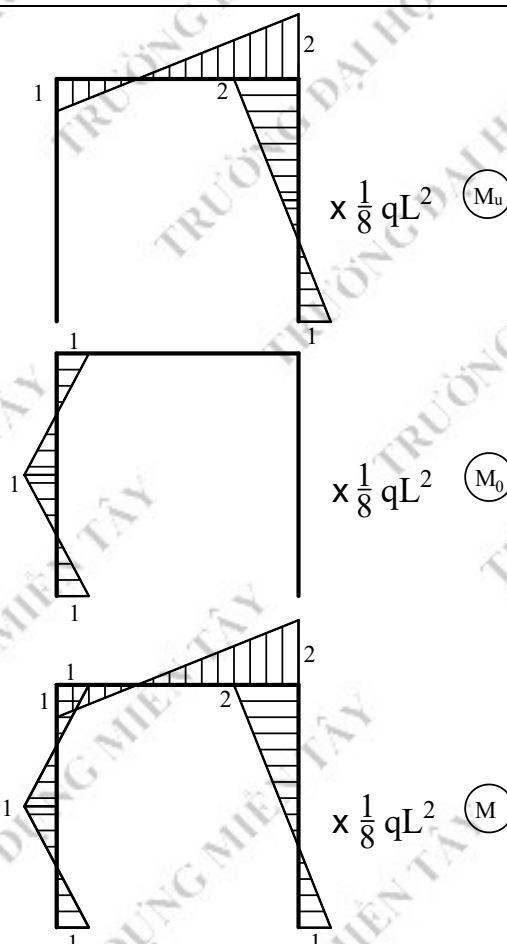
0,25 đ

Phần tử 2:

0,25 đ

		$[K']_2 = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - & - \\ - & - & 4L^2 & - & - & 2L^2 \\ - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - & - \\ - & - & 2L^2 & - & - & 4L^2 \end{bmatrix} \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{matrix}$	
		<p>Phần tử 3:</p> $[K']_3 = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & 4L^2 & 2 \end{bmatrix} \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{matrix}$	0,25 đ
		<p>Ma trận độ cứng tổng thể:</p> $[K^{**}] = \frac{EI}{L} \begin{bmatrix} 8 & 2 \\ 2 & 8 \end{bmatrix}$	0,25 đ
		<p>Thiết lập vector tải phần tử và ghép nối vector tải tổng thể</p> $\{P'\}_{(1)} = \begin{Bmatrix} -qL \\ 2 \\ 0 \\ qL^2 \\ 8 \\ -qL \\ 2 \\ 0 \\ -qL^2 \\ 8 \end{Bmatrix}; \{\bar{P}'\}_n = \begin{Bmatrix} 0 \\ -qL^2 \\ 2 \end{Bmatrix}$ $\Rightarrow \{P^*\} = \begin{Bmatrix} -qL^2 \\ 8 \\ -qL^2 \\ 2 \end{Bmatrix}$	0,25 đ
		<p>- Thiết lập hệ phương trình hệ thống $[K^{**}]\{q^{**}\} = \{P^{**}\}$</p>	0,25 đ

	$\Rightarrow \frac{EI}{L} \begin{bmatrix} 8 & 2 \\ 2 & 8 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -qL^2 \\ 2 \end{Bmatrix}$ <p>- Giải hệ phương trình hệ thống $[K^*] \{q^*\} = \{P^*\}$</p> $\Rightarrow \{q^*\} = \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{Bmatrix} = \frac{qL^3}{16EI} \begin{Bmatrix} 0 \\ -1 \end{Bmatrix}$	
	<p>- Xác định nội lực trong các phần tử</p> <p>Phần tử 1:</p> $\{M\}_1 = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} - & - & - & - & - & -2L^2 \\ - & - & - & - & - & 4L^2 \end{bmatrix} \frac{qL^3}{16EI} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \frac{qL^2}{8} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$	0,25 đ
	<p>Phần tử 2:</p> $\{M\}_2 = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} - & - & -4L^2 & - & - & -2L^2 \\ - & - & 2L^2 & - & - & 4L^2 \end{bmatrix} \frac{qL^3}{16EI} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{Bmatrix} = \frac{qL^2}{8} \begin{Bmatrix} 1 \\ -2 \end{Bmatrix}$	0,25 đ
	<p>Phần tử 3:</p> $\{M\}_3 = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} - & - & - & - & - & -2L^2 \\ - & - & - & - & - & 4L^2 \end{bmatrix} \frac{qL^3}{16EI} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{Bmatrix} = \frac{qL^2}{8} \begin{Bmatrix} 1 \\ -2 \end{Bmatrix}$	0,25 đ
	Vẽ biểu đồ mômen uốn	0,25 đ

		 <p style="text-align: center;">$x \frac{1}{8} qL^2$ (M_u)</p> <p style="text-align: center;">$x \frac{1}{8} qL^2$ (M_o)</p> <p style="text-align: center;">$x \frac{1}{8} qL^2$ (M)</p>	
Tổng điểm câu 3			3,0 đ